

# conception de filtres analogiques (1<sup>ère</sup> partie)

## Étude de cas n°2 – 1 : la théorie du filtrage analogique

Alfred Rosenkränzer (Allemagne)

Voici une série d'articles sur la conception de filtres analogiques dont cette première partie traite des bases théoriques, mais avec l'œil sur l'application pratique visée. La deuxième partie portera sur la conception de filtres actifs. La troisième et dernière partie sera consacrée aux filtres passifs.

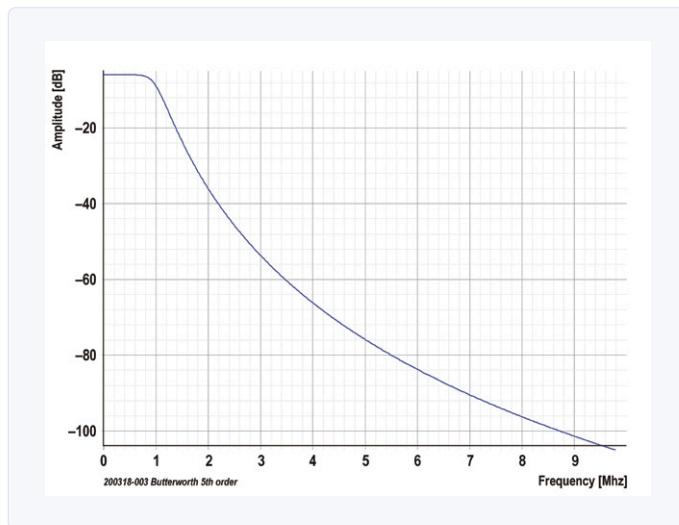


Figure 1. Réponse en fréquence d'un filtre passe-bas de 1 MHz avec courbe de fréquence et d'amplitude linéaire en dB.

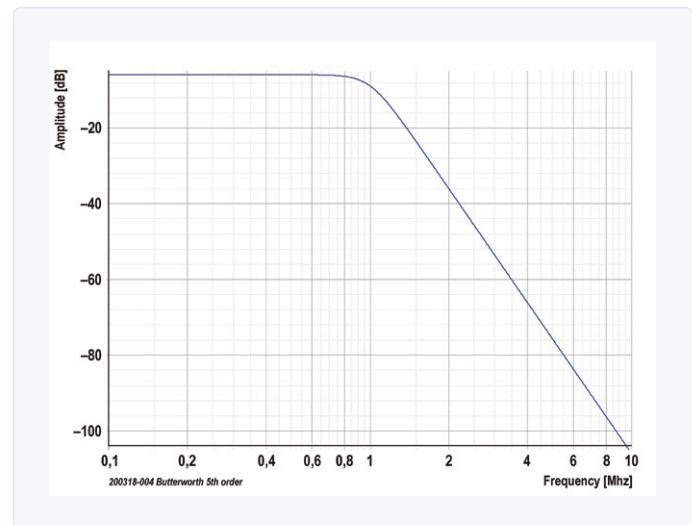


Figure 2. Réponse en fréquence dans le domaine audio avec échelle de fréquence logarithmique et amplitude en dB.

On obtient le filtrage analogique par une combinaison de résistances, de bobines, de condensateurs et d'amplificateurs opérationnels. Ils agissent sur les courbes de tension et de courant analogiques. Les filtres numériques, en revanche, sont basés sur des circuits logiques tels que des bascules, des additionneurs, des multiplicateurs (généralement sous la forme d'un

DSP ou d'un FPGA) ainsi que des logiciels dans les microcontrôleurs et les SoC ; ils agissent sur les flux de données.

### Propriétés des filtres

Les caractéristiques d'un filtre sont généralement représentées par des diagrammes XY, dont le principal montre l'amplitude du signal en fonction de la fréquence. C'est

ce qu'on appelle la courbe de réponse en fréquence. Le rapport entre tensions d'entrée et de sortie est rarement représenté de manière linéaire sur l'axe Y en pourcentage, mais plutôt de manière logarithmique en dB. Sur l'axe des X, le tracé de la fréquence est souvent linéaire pour des bandes passantes plus étroites (fig. 1) ou, surtout pour la gamme audio, souvent

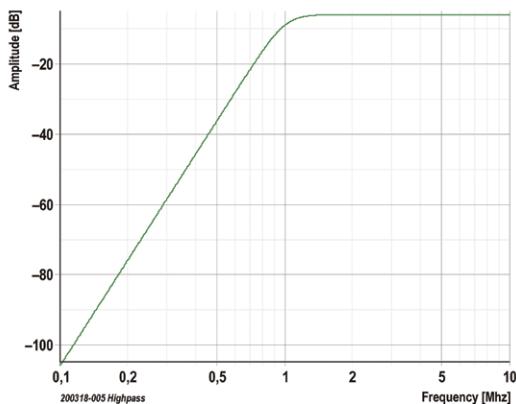


Figure 3. Réponse en fréquence d'un filtre passe-haut de 1 MHz avec double échelle logarithmique.

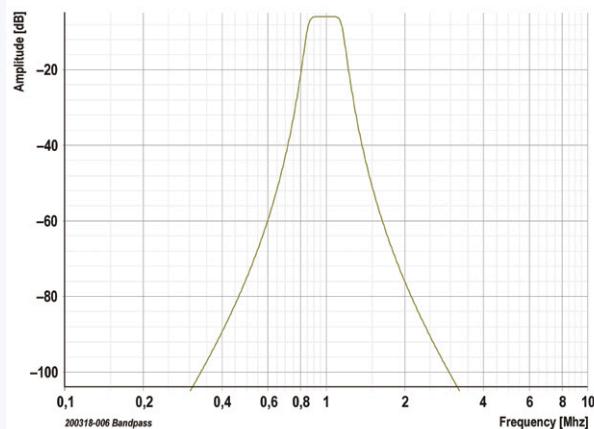


Figure 4. Réponse en fréquence d'une bande passante de 1 MHz avec double échelle logarithmique.

logarithmique (**fig. 2**). Mes diagrammes ont été créés avec le logiciel de simulation Simetrix [1].

Un filtre ne cause pas seulement une modification de l'amplitude, mais aussi de la phase du signal de sortie. Dans la réponse en phase, l'axe Y correspond au déphasage en degrés. Sur l'axe X, c'est la fréquence qui est indiquée. Pour moi, la réponse en phase n'est pas très significative, surtout dans le registre HF. Je trouve plus intéressant le retard de groupe sur la fréquence. Ce diagramme correspond au déphasage en fonction de la fréquence. Il permet de voir facilement combien de temps un signal d'une certaine fréquence met à traverser le filtre. Si la courbe du retard de groupe est plate, toutes les fréquences mettent le même temps. Je reviendrai en détail sur les raisons de cette importance à l'aide des schémas ci-dessous.

Dans le domaine temporel, la réponse impulsionnelle du filtre est une caractéristique importante. Elle montre la réponse d'amplitude linéaire du signal de sortie dans le temps lorsqu'il est excité par un front de signal – un peu comme l'affichage d'un oscilloscope. Ces propriétés seront également abordées.

### Types de filtres

Un **filtre passe-bas** laisse les basses fréquences passer aussi librement que possible et atténue les fréquences élevées. Entre les deux se situe la gamme de transition. Le point auquel le signal subit une atténuation de 3 dB est considéré comme la limite entre bande passante et *bande d'atténuation*. Sa fréquence est donc la propriété importante du filtre. La bande

d'arrêt commence à partir d'une certaine atténuation. Il n'y a pas de conventions pour cette atténuation, car elle dépend de l'application. Les figures 1 et 2 contiennent des exemples de la réponse en fréquence des filtres passe-bas. Un passe-bas laisse passer la tension continue.

Un **filtre passe-haut** laisse passer les fréquences élevées et atténue les fréquences basses. Ici aussi, le point -3 dB marque la limite de la bande de filtrage à la zone de transition (**fig. 3**). Un passe-haut supprime la composante continue du signal d'entrée. Un **passe-bande** laisse passer une certaine bande de fréquences et atténue donc à la fois les fréquences basses et hautes. Ici, il y a deux points de -3 dB qui délimitent la bande passante (**fig. 4**). La branche passe-haut du filtre passe-bande bloque les tensions continues.

Le contraire du passe-bande est la **réjection de bande**. Une certaine bande de fréquences est atténuee, tandis que les fréquences plus élevées et plus basses passent (**fig. 5**). La composante passe-bas permet aux composantes de tension continue de passer.

Un **passe-tout** ne change pas l'amplitude, sa courbe de réponse en fréquence est plate, mais le retard de groupe ou la phase (**fig. 6**) du signal de sortie change selon la fréquence. En additionnant au signal original les signaux issus de (plusieurs) filtres passe-tout, on obtient un **filtre en peigne** dont la courbe d'amplitude du signal de sortie présente de profondes encoches causées par l'atténuation forte du signal à certaines fréquences (cette atténuation résulte de la superposition du signal original et du signal déphasé).

### Approximations des filtres

Comment concevoir des filtres et définir leurs propriétés ? La question n'a rien d'anodin, surtout pour les filtres d'ordre supérieur. Des mathématiciens célèbres ont imaginé la modélisation des filtres selon des règles spéciales, toujours valables aujourd'hui. Leur calcul est facilité par les ordinateurs. Voici quelques-uns de ces filtres qui portent des noms célèbres :

- Bessel
- Butterworth
- Thebychev
- Cauer

De nombreuses autres variantes sont concevables et réalisables, de même que des combinaisons de caractéristiques. Cet article mettra en lumière les caractéristiques les plus importantes de ces filtres afin de vous faciliter le choix d'un filtre pour une application spécifique. Les **figures 7** et **8** montrent quatre passe-bas passifs différents et leur réponse en fréquence.

Les trois circuits du haut sont identiques à l'exception des valeurs des composants, mais leur réponse en fréquence n'est pas la même. La transition du filtre Bessel est très douce entre bande passante et bande d'atténuation. La réponse en fréquence du filtre Butterworth est déjà plus raide, celle du filtre Tchebychev encore plus. Le filtre Cauer utilise deux condensateurs supplémentaires au-dessus des bobines pour obtenir une réjection de bande à deux fréquences spécifiques, ce qui permet d'obtenir une transition encore plus raide dans la bande de réjection. La réponse en fréquence n'est donc pas continue et,

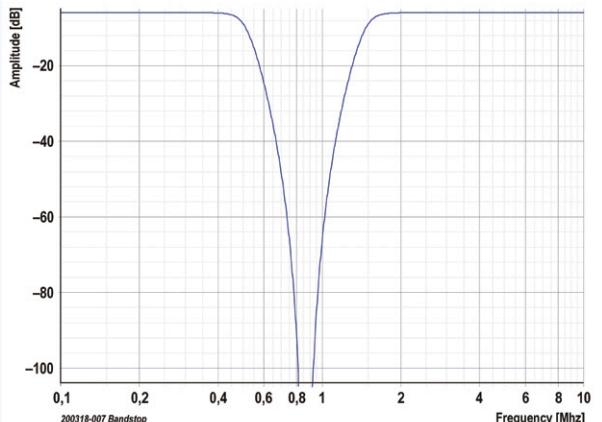


Figure 5. Réponse en fréquence d'un filtre à réjection de bande avec double échelle logarithmique.

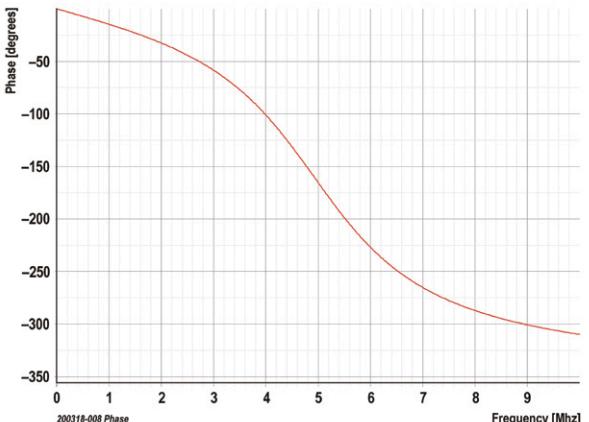


Figure 6. Réponse en phase d'un filtre passe-tout avec échelle de fréquence linéaire.

surtout pour les hautes fréquences, l'atténuation reste presque constante et plus faible qu'avec les trois autres types de filtres. La position des encoches sur la courbe de réponse est déterminée à la

conception. Ces encoches permettent de supprimer des fréquences spécifiques. C'est aussi la conception qui détermine la bosse que fait la courbe entre deux encoches, de même que l'atténuation aux fréquences.

La **figure 9** nous invite à regarder de plus près les ondulations de la bande passante et la réponse d'amplitude autour du point à -3 dB. Bessel atténue assez tôt dans la bande passante, mais doucement. Butterworth fonctionne presque idéalement, comme un simple passe-bas RC, mais avec une pente moyenne sur les bords. Tchebychev et Cauer montrent une ondulation spécifique dans la bande passante avec une chute d'amplitude pouvant atteindre -1 dB. Leur réponse en amplitude ne recoupe pas le niveau de -3 dB à la fréquence nominale, mais atteint ici -1 dB. C'est précisément ce dernier point qu'il faut garder à l'esprit lors de la conception. Pour Tchebychev et Cauer, il en va de même : plus le filtre est raide, plus l'ondulation de la bande passante est forte.

La **figure 10** montre que le retard de groupe du filtre Bessel est indépendant de la fréquence. Avec le filtre Butterworth, le retard de groupe augmente continuellement avec la fréquence. Le retard du groupe dans les filtres Tchebychev et Cauer présente aussi une ondulation.

Il est intéressant d'examiner le comportement des signaux de sortie lorsque les filtres sont excités par un front ou par une onde carrée (**fig. 11**). La réponse impulsionnelle du filtre Bessel (**fig. 12**) ne montre pratiquement aucun dépassement. Le filtre Butterworth (graphique bleu) montre un dépassement à dégradation rapide. Avec Tchebychev et Cauer, on voit des oscillations quasi amorties. Dans les quatre filtres, les fronts montants sont également décalés, ce qui est normal en raison des différents retards de groupe.

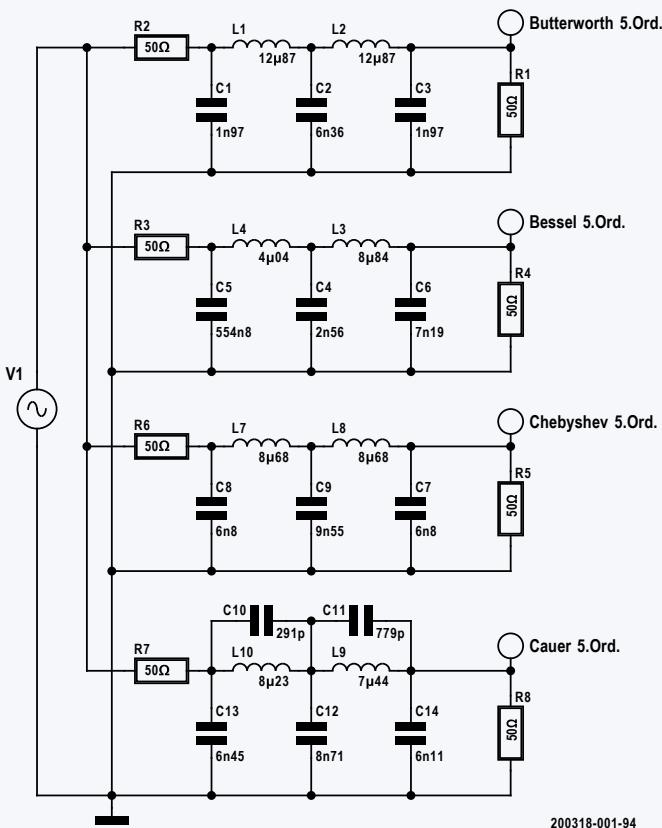


Figure 7. Passe-bas passifs de 1 MHz de 5<sup>e</sup> ordre (Butterworth, Bessel, Tchebychev, Cauer)

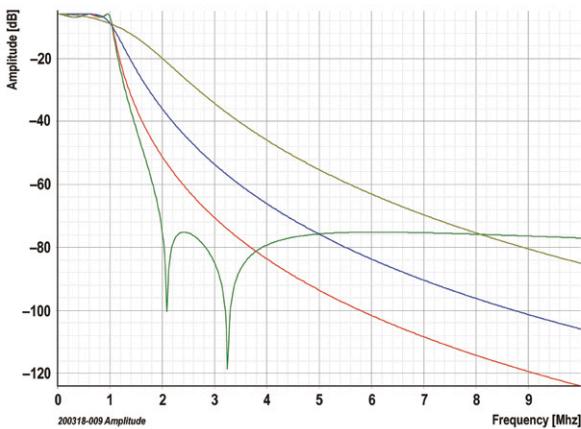


Figure 8. Réponses en fréquence des quatre filtres passe-bas de la figure 7 avec amplitude logarithmique et échelle de fréquence linéaire. Courbes : vert clair = Bessel, bleu = Butterworth, Tchebychev = rouge et Cauer = vert foncé.

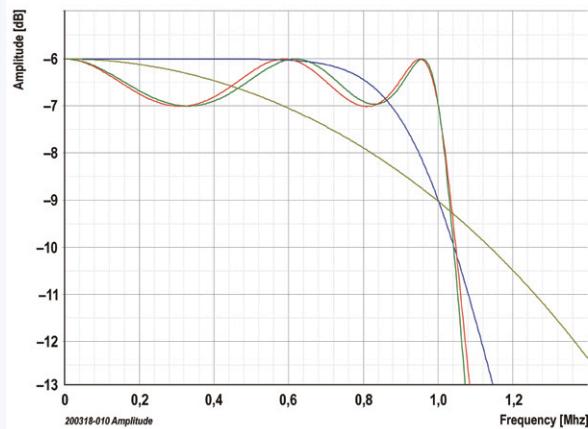


Figure 9. Les quatre réponses en fréquence de la figure 8 avec une résolution plus élevée. Vous pouvez voir le parcours dans la bande passante et autour du point -3 dB plus précisément.

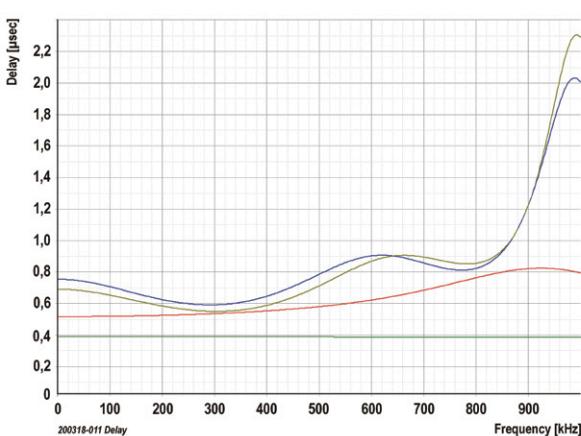


Figure 10. Retard de groupe dans la bande passante en fonction de la fréquence des quatre filtres.

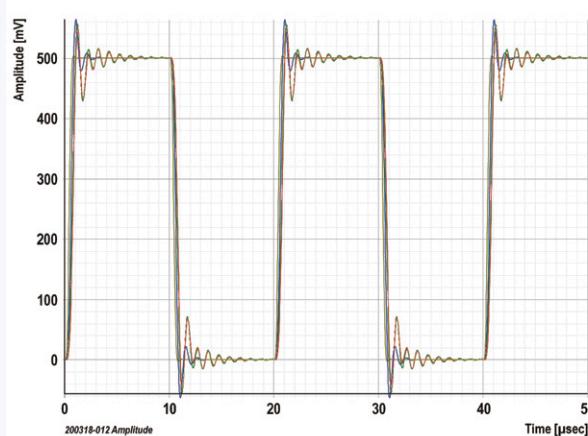


Figure 11. Courbe des signaux de sortie des quatre filtres lorsqu'un signal d'onde carrée est appliquée. Courbes : vert clair = Bessel, bleu = Butterworth, rouge = Tchebychev et vert foncé = Cauer

En plus des considérations électrotechniques, les ondulations des caractéristiques du signal peuvent être dérivées spectralement : selon Fourier, un signal d'onde carrée peut être vu comme une combinaison de ses composantes sinusoïdales. Lorsqu'elles passent à travers le filtre, ces fréquences subissent, différemment les unes des autres, un changement d'amplitude et peut-être aussi un décalage temporel. Il n'est donc pas étonnant qu'à la sortie du filtre la courbe d'amplitude soit modifiée. Avec le filtre Bessel, les composantes de fréquence élevée sont atténuées, mais grâce au retard de groupe constant, elles ne sont pas décalées par rapport aux fréquences plus basses. Cela

augmente le temps de montée et de descente et arrondit les angles du signal de l'onde carrée. En raison du retard de groupe fortement dépendant de la fréquence sur les filtres Tchebychev et Cauer, les dépassements et les ondulations observables se produisent sur un front raide, lors d'un changement rapide du signal d'entrée.

Ce comportement était redouté autrefois, par exemple dans les circuits de vidéo analogiques. En insérant des passe-tout, on obtenait un nivellement des retards de groupe. En réduisant les dépassements du signal, on rétablissait le front étroit. La conception de ces passe-tout de correction

du retard de groupe est une science en soi. Le nombre de composants requis est plus élevé et tous les programmes de conception n'offrent pas de tels calculs.

### Heuristiques pour la sélection des filtres

L'encadré **Caractéristiques** en donne les plus importantes pour les filtres les plus courants. Résumons leurs particularités :

Un **filtre Bessel** présente un comportement d'impulsion optimal et convient donc à la formation d'une impulsion à angles arrondis à partir d'un signal numérique à pente raide. Sa faible pente d'atténuation le rend impropre à la réjection de fréquences.

## Caractéristiques de quelques filtres

type	bande passante	bande d'atténuation		pente
	courbe	courbe	atténuation	
<b>Bessel</b>	très progressive	très progressive	faible	faible
<b>Butterworth</b>	plate	pente rectiligne	moyenne	moyenne
<b>Tchebychev</b>	ondulante	pente rectiligne	large	forte
<b>Cauer</b>	ondulante	ondulante	large	forte

Le **filtre Butterworth** offre un bon compromis entre la pente du filtre et réponse impulsionnelle. Sa courbe d'amplitude ne présente aucune ondulation.

Les **filtres Tchebychev** et **Cauer** permettent d'obtenir une forte pente d'atténuation à la fréquence de coupure, au prix d'ondulations de la bande passante et de

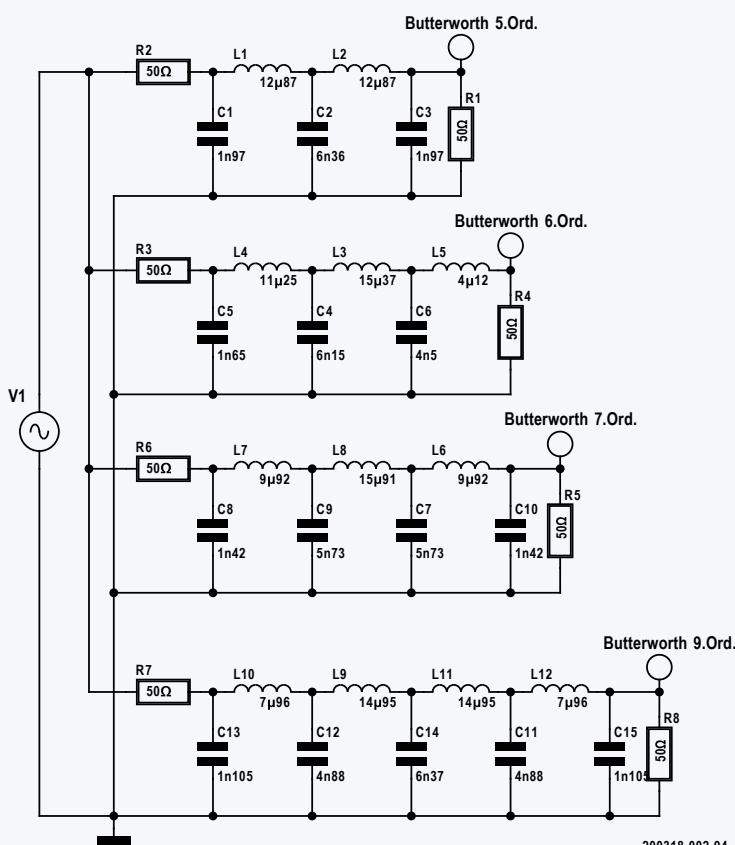


Figure 13. Filtres Butterworth des ordres 5, 6, 7 et 9.

## Terminologie

Technique	<ul style="list-style-type: none"> <li>&gt; analogique passif</li> <li>&gt; analogique actif</li> <li>&gt; numérique</li> </ul>
Type	<ul style="list-style-type: none"> <li>&gt; passe-bas</li> <li>&gt; passe-bande</li> <li>&gt; passe-tout</li> <li>&gt; réjection de bande</li> </ul>
Configuration	<ul style="list-style-type: none"> <li>&gt; Bessel</li> <li>&gt; Butterworth</li> <li>&gt; Tchebychev</li> <li>&gt; Tchebychev inversé</li> <li>&gt; Cauer</li> <li>&gt; Lehmann</li> <li>&gt; Legendre</li> <li>&gt; Gauss</li> <li>&gt; en cosinus à racine surélevée</li> </ul>
Impédance	<ul style="list-style-type: none"> <li>&gt; d'entrée</li> <li>&gt; de sortie</li> </ul>
Fréquence	<ul style="list-style-type: none"> <li>&gt; fr. de coupure</li> <li>&gt; fr. d'atténuation</li> <li>&gt; fr. centrale de bande passante</li> <li>&gt; fr. de réjection</li> </ul>
Atténuation	<ul style="list-style-type: none"> <li>&gt; atténuation de coupure</li> <li>&gt; atténuation de réjection</li> </ul>
Divers	<ul style="list-style-type: none"> <li>&gt; retard de groupe</li> <li>&gt; réponse impulsionnelle</li> <li>&gt; ordre</li> <li>&gt; complexité</li> <li>&gt; sensibilité aux tolérances des composants</li> </ul>

dépassemens forts et plus longs (on dit du filtre qu'il résonne).

Voyons comment les propriétés d'un filtre changent avec son ordre, c'est-à-dire avec le nombre de composants déterminant la fréquence. Les filtres Butterworth d'ordre 5, 6, 7 et 9 sont utilisés comme exemples dans la **figure 13**. Les valeurs des composants présentent une symétrie dans les ordres impairs. La **figure 14** montre comment la pente des filtres augmente avec l'ordre. La **figure 15** montre les rapports autour du point -3 dB agrandi : tous les filtres se

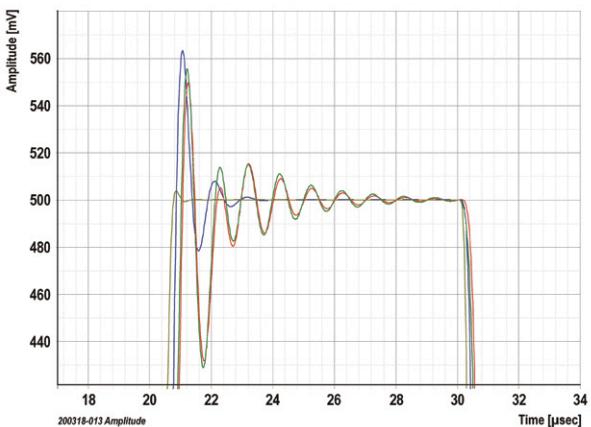


Figure 12. Réponses aux impulsions visibles dans un agrandissement détaillé de la figure 10. Courbes : vert clair = Bessel, bleu = Butterworth, rouge = Tchebychev et vert foncé = Cauer

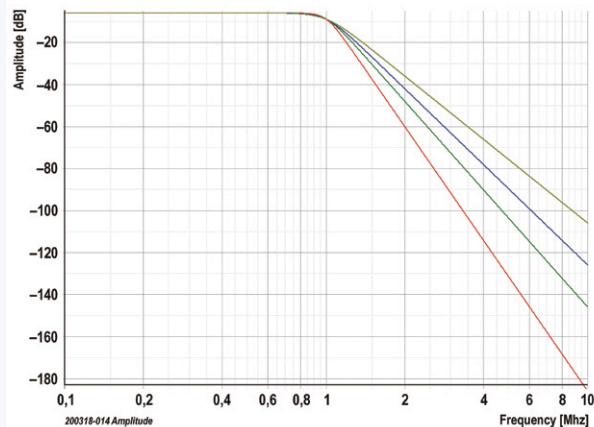


Fig. 14. Réponses en fréquence selon l'ordre du filtre avec double échelle logarithmique. Ordre de filtrage : 5 = vert clair, 6 = bleu, 7 = vert foncé et 9 = rouge.

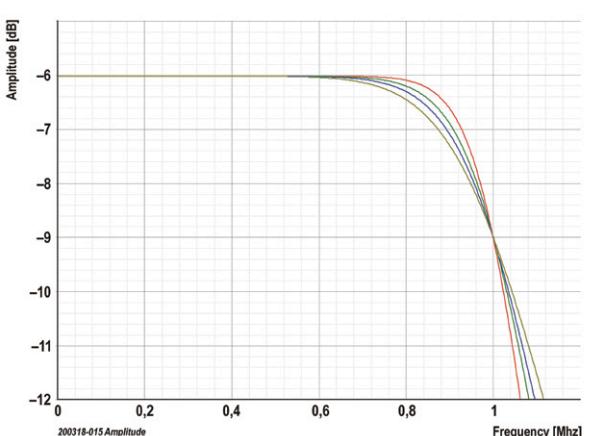


Fig. 15. Réponses en fréquence selon l'ordre des filtres, agrandies autour du point -3 dB par rapport à la fig. 14.

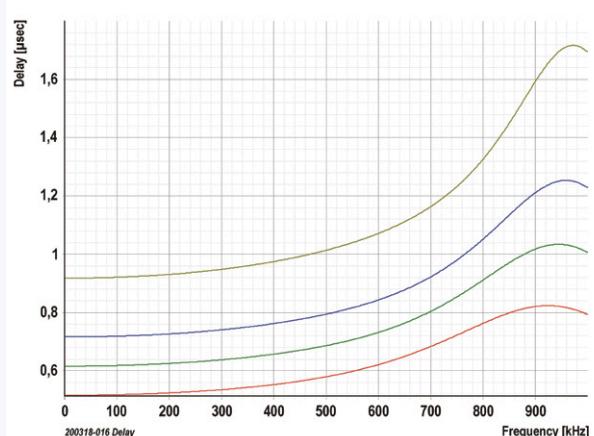


Figure 16. Retard de groupe en fonction de la fréquence pour les quatre ordres de filtres. Courbes : vert clair = 9, bleu = 7, vert foncé = 6 et rouge = 5.

croisent exactement à ce point. Les filtres d'ordre supérieur n'atténuent le signal qu'à des fréquences plus élevées, mais le font alors avec une pente d'autant plus raide.

Plus l'ordre est élevé, plus le retard de groupe (**fig. 16**) et le dépassement (**fig. 17**) sont prononcés, en amplitude et en durée. La pente d'un filtre est donc déterminée par l'approximation choisie ou le type de filtre, ainsi que par son ordre. En adoptant un ordre élevé et donc un nombre de composants plus élevé, on peut concevoir un filtre Bessel plus raide. 

200318-03

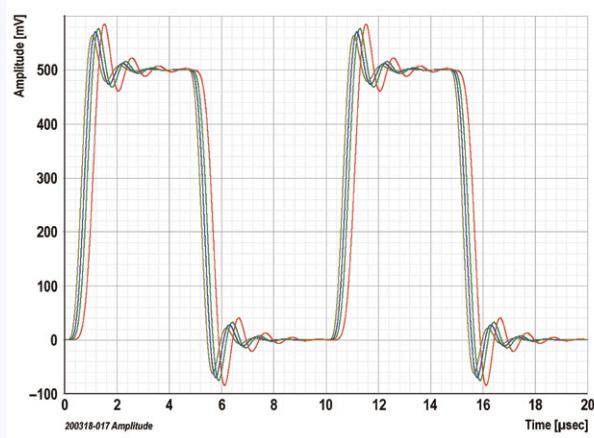


Figure 17. Réponse impulsionnelle des quatre types de filtres.

## LIEN

[1] Simetrix : [www.simetrix.co.uk](http://www.simetrix.co.uk)